

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- 1 放物線の定義を述べることができる
- 2 焦点と準線から、放物線の方程式を求めることができる
- 3 放物線の方程式から、焦点の座標と準線の方程式を求め、概形を描くことができる
- 4 定義に基づいて、放物線の方程式を導くことができる

<「焦点」や「準線」で定義される放物線の定義を学びましょう。>

1 次の問いに答えよ。

(1) 「放物線」の定義を述べよ。

(2) 次の条件を満たす放物線の方程式を求めよ。

① 焦点(0, 2), 準線  $y = -2$

② 焦点(0, 4), 準線  $y = -4$

③ 焦点(3, 0), 準線  $x = -3$

④ 焦点(1, 0), 準線  $x = -1$

⑤ 焦点(0, -3), 準線  $y = 3$

⑥ 焦点(0,  $-\sqrt{2}$ ), 準線  $y = \sqrt{2}$

⑦ 焦点(-2, 0), 準線  $x = 2$

⑧ 焦点( $-\frac{1}{4}$ , 0), 準線  $x = \frac{1}{4}$

(3) 次の放物線の焦点の座標, 準線の方程式を求め, その概形を描け。

①  $x^2 = 8y$

焦点:

準線:

②  $x^2 = 16y$

焦点:

準線:

③  $y^2 = 4x$

焦点:

準線:

④  $y^2 = 2x$

焦点:

準線:

⑤  $x^2 = -12y$

焦点:

準線:

⑥  $x^2 = -y$

焦点:

準線:

⑦  $y^2 = -4x$

焦点:

準線:

⑧  $y^2 = -4\sqrt{2}x$

焦点:

準線:

(4) 次の放物線の頂点, 焦点の座標および準線の方程式を求めよ。

①  $(x-2)^2 = 8(y+1)$

放物線  $(x-2)^2 = 8(y+1)$  は, 放物線  …(\*)を

$x$  軸方向に ,  $y$  軸方向に  だけ平行移動したもの

である。また, 放物線(\*)の頂点の座標は , 焦点の座標は

, 準線の方程式は  である。

よって, 求める放物線の頂点の座標は , 焦点の座標は

, 準線の方程式は  である。

②  $(y-1)^2 = 4x$

③  $(y+2)^2 = -12x + 12$

⑧  $x^2 + 4x - 8y + 12 = 0$

④  $y^2 - 3x + 3 = 0$

⑨  $x^2 - 2x - 8y + 17 = 0$

⑤  $y^2 + 2x - 4 = 0$

⑩  $x^2 - 6x - 4y + 1 = 0$

⑥  $y^2 = 6y + 2x - 7$

② 次の問いに答えよ。

(1) 焦点 F の座標が  $(0, p)$ , 準線  $l$  が  $y = -p$  である放物線の方程式が,  $x^2 = 4py$  となることを証明せよ。ただし,  $p \neq 0$  とする。

⑦  $y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$

(2) 焦点 F の座標が  $(p, 0)$ , 準線  $l$  が  $x = -p$  である放物線の方程式が,  $y^2 = 4px$  となることを証明せよ。ただし,  $p \neq 0$  とする。

【解答】

- ① (1) ある定点と, その点を通らないある定直線からの距離が等しい点の軌跡  
 (2) ①  $x^2 = 8y$  ②  $x^2 = 16y$  ③  $y^2 = 12x$  ④  $y^2 = 4x$   
 ⑤  $x^2 = -12y$  ⑥  $x^2 = -4\sqrt{2}y$  ⑦  $y^2 = -8x$  ⑧  $y^2 = -x$   
 (3) ① 焦点  $(0, 2)$ , 準線  $y = -2$  ② 焦点  $(0, 4)$ , 準線  $y = -4$   
 ③ 焦点  $(1, 0)$ , 準線  $x = -1$  ④ 焦点  $(\frac{1}{2}, 0)$ , 準線  $x = -\frac{1}{2}$   
 ⑤ 焦点  $(0, -3)$ , 準線  $y = 3$  ⑥ 焦点  $(0, -\frac{1}{4})$ , 準線  $y = \frac{1}{4}$   
 ⑦ 焦点  $(-1, 0)$ , 準線  $x = 1$  ⑧ 焦点  $(-\sqrt{2}, 0)$ , 準線  $x = \sqrt{2}$   
 (4) ①  $x^2 = 8y$ ,  $2, -1, (0, 0), (0, 2), y = -2, (2, -1), (2, 1), y = -3$   
 ② 頂点  $(0, 1)$ , 焦点  $(1, 1)$ , 準線  $x = -1$   
 ③ 頂点  $(1, -2)$ , 焦点  $(-2, -2)$ , 準線  $x = 4$   
 ④ 頂点  $(1, 0)$ , 焦点  $(\frac{7}{4}, 0)$ , 準線  $x = \frac{1}{4}$   
 ⑤ 頂点  $(2, 0)$ , 焦点  $(\frac{3}{2}, 0)$ , 準線  $x = \frac{5}{2}$   
 ⑥ 頂点  $(-1, 3)$ , 焦点  $(-\frac{1}{2}, 3)$ , 準線  $x = -\frac{3}{2}$   
 ⑦ 頂点  $(1, -2)$ , 焦点  $(3, -2)$ , 準線  $x = -1$   
 ⑧ 頂点  $(-2, 1)$ , 焦点  $(-2, 3)$ , 準線  $y = -1$   
 ⑨ 頂点  $(1, 2)$ , 焦点  $(1, 4)$ , 準線  $y = 0$   
 ⑩ 頂点  $(3, -2)$ , 焦点  $(3, -1)$ , 準線  $y = -3$

② (1) 略 (2) 略