

<到達目標> 自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- 1 放物線の定義を述べることができる
- 2 焦点と準線から、放物線の方程式を求めることができる
- 3 放物線の方程式から、焦点の座標と準線の方程式を求め、概形を描くことができる
- 4 定義に基づいて、放物線の方程式を導くことができる

<「焦点」や「準線」で定義される放物線の定義を学びましょう。>

1 次の問いに答えよ。

(1) 「放物線」の定義を述べよ。

(2) 次の条件を満たす放物線の方程式を求めよ。

① 焦点 (0, 2), 準線 $y = -2$

② 焦点 (0, 4), 準線 $y = -4$

③ 焦点 (3, 0), 準線 $x = -3$

④ 焦点 (1, 0), 準線 $x = -1$

⑤ 焦点 (0, -3), 準線 $y = 3$

⑥ 焦点 (0, $-\sqrt{2}$), 準線 $y = \sqrt{2}$

⑦ 焦点 (-2, 0), 準線 $x = 2$

⑧ 焦点 $(-\frac{1}{4}, 0)$, 準線 $x = \frac{1}{4}$

(3) 次の放物線の焦点の座標, 準線の方程式を求め, その概形を描け。

① $x^2 = 8y$

焦点:

準線:

② $x^2 = 16y$

焦点:

準線:

③ $y^2 = 4x$

焦点:

準線:

④ $y^2 = 2x$

焦点:

準線:

⑤ $x^2 = -12y$

焦点:

準線:

⑥ $x^2 = -y$

焦点:

準線:

⑦ $y^2 = -4x$

焦点:

準線:

⑧ $y^2 = -4\sqrt{2}x$

焦点:

準線:

(4) 次の放物線の頂点, 焦点の座標および準線の方程式を求めよ。

① $(x-2)^2 = 8(y+1)$

放物線 $(x-2)^2 = 8(y+1)$ は, 放物線 …(*)を

x 軸方向に , y 軸方向に だけ平行移動したもの

である。また, 放物線(*)の頂点の座標は , 焦点の座標は

, 準線の方程式は である。

よって, 求める放物線の頂点の座標は , 焦点の座標は

, 準線の方程式は である。

② $(y-1)^2 = 4x$

③ $(y+2)^2 = -12x + 12$

⑧ $x^2 + 4x - 8y + 12 = 0$

(2) 焦点 F の座標が $(p, 0)$, 準線 l が $x = -p$ である放物線の方程式が, $y^2 = 4px$ となることを証明せよ。ただし, $p \neq 0$ とする。

④ $y^2 - 3x + 3 = 0$

⑨ $x^2 - 2x - 8y + 17 = 0$

⑤ $y^2 + 2x - 4 = 0$

⑩ $x^2 - 6x - 4y + 1 = 0$

⑥ $y^2 = 6y + 2x - 7$

2 次の問いに答えよ。

(1) 焦点 F の座標が $(0, p)$, 準線 l が $y = -p$ である放物線の方程式が, $x^2 = 4py$ となることを証明せよ。ただし, $p \neq 0$ とする。

⑦ $y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$

解答

- 1 (1) ある定点と, その点を通らないある定直線からの距離が等しい点の軌跡
 (2) ① $x^2 = 8y$ ② $x^2 = 16y$ ③ $y^2 = 12x$ ④ $y^2 = 4x$
 ⑤ $x^2 = -12y$ ⑥ $x^2 = -4\sqrt{2}y$ ⑦ $y^2 = -8x$ ⑧ $y^2 = -x$
 (3) ① 焦点 $(0, 2)$, 準線 $y = -2$ ② 焦点 $(0, 4)$, 準線 $y = -4$
 ③ 焦点 $(1, 0)$, 準線 $x = -1$ ④ 焦点 $(\frac{1}{2}, 0)$, 準線 $x = -\frac{1}{2}$
 ⑤ 焦点 $(0, -3)$, 準線 $y = 3$ ⑥ 焦点 $(0, -\frac{1}{4})$, 準線 $y = \frac{1}{4}$
 ⑦ 焦点 $(-1, 0)$, 準線 $x = 1$ ⑧ 焦点 $(-\sqrt{2}, 0)$, 準線 $x = \sqrt{2}$
 (4) ① $x^2 = 8y$, $2, -1, (0, 0), (0, 2), y = -2, (2, -1), (2, 1), y = -3$
 ② 頂点 $(0, 1)$, 焦点 $(1, 1)$, 準線 $x = -1$
 ③ 頂点 $(1, -2)$, 焦点 $(-2, -2)$, 準線 $x = 4$
 ④ 頂点 $(1, 0)$, 焦点 $(\frac{7}{4}, 0)$, 準線 $x = \frac{1}{4}$
 ⑤ 頂点 $(2, 0)$, 焦点 $(\frac{3}{2}, 0)$, 準線 $x = \frac{5}{2}$
 ⑥ 頂点 $(-1, 3)$, 焦点 $(-\frac{1}{2}, 3)$, 準線 $x = -\frac{3}{2}$
 ⑦ 頂点 $(1, -2)$, 焦点 $(3, -2)$, 準線 $x = -1$
 ⑧ 頂点 $(-2, 1)$, 焦点 $(-2, 3)$, 準線 $y = -1$
 ⑨ 頂点 $(1, 2)$, 焦点 $(1, 4)$, 準線 $y = 0$
 ⑩ 頂点 $(3, -2)$, 焦点 $(3, -1)$, 準線 $y = -3$

2 (1) 略 (2) 略